Klasse BVKT1

4. Extemporale aus der Mathematik am 17.6.10 Name:...

NP

1 Bestimmen Sie den Funktionsterm der Parabel p, deren Graph den Scheitel S(2|4) besitzt und durch den Punkt A(1|3) verläuft. Zeichnen Sie den Graphen in das vorhandene Koordinatensystem. (Ergebnis: $p(x) = -x^2 + 4x$) [6]

Betrachtet wird nun die Funktion f: $x \mapsto \ln(\,p(x)\,) = \ln(-x^2 + 4x)$.

2 Geben Sie die maximale Definitionsmenge D_{max} von f an. Untersuchen Sie das Verhalten von f an den Rändern von D_{max} und geben Sie die Gleichung sämtlicher Asymptoten von f an. [5]

3 Begründen Sie, warum f einen Hochpunkt H besitzt, und geben Sie seine Koordinaten an. [2]

4 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen von f mit den Koordinatenachsen. [4]

5 Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Graphen von f und seine Asymptoten. [4]

6 Untersuchen Sie das Verhalten von $h : x \mapsto \ln\left(\frac{p(x)}{x^2}\right)$ für $x \to 0$. [5]

1) $p(x) = a(x-2)^2 + 4$

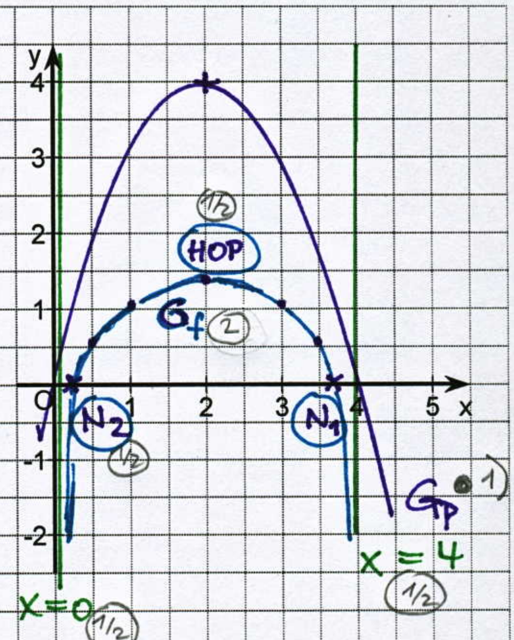
A(1|3) in p: $3 = a(1-2)^2 + 4 = 1 \cdot a + 4$

$\Leftrightarrow \underline{a = -1}$

$p(x) = -(x-2)^2 + 4 = -x^2 - 4x - 4 + 4$

$\underline{p(x) = -x^2 + 4x}$

Gp



2) $D_{max} =]0;4[$

$x \to 0^+$: $f(x) \to$ "$\ln(0)$" $\to -\infty$

$x \to 4^-$: $f(x) \to$ "$\ln(0)$" $\to -\infty$

$\Rightarrow$ 2 senkr. Asymptoten: $\underline{x=0}$; $\underline{x=4}$

3) Weil p den S(2|4) als HOP hat, hat f d. <u>HOP(2|ln(4))</u>

4) $p(x) = 1 \Leftrightarrow -x^2 + 4x = 1 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 1 = 0$

$x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4(-1)\cdot(-1)}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$; $\underline{N_{1/2}(2 \pm \sqrt{3} \,|\, 0)}$; ($S_y \notin D$)

$\approx N_1(3{,}7|0)$; $\approx N_2(0{,}27|0)$

6) $\frac{p(x)}{x^2} = \frac{-x^2 + 4x}{x^2} = -1 + \frac{4}{x}$

$x \to 0$: $-1 + \frac{4}{x} \to$ "$1 + \frac{1}{0}$" $\to \infty$ (Polstelle bei $x_0 = 0$)

$h(x) \to$ "$\ln(\infty)$" $\to \infty$

5) G_f ; As. ; NST ; HOP

2 ; 1 ; 1/2 ; 1/2

↳ $\forall \to -\infty$ (−1)